T.D. 2 – Corrigé
Encodage d'entiers

Exercice 1

Donnez, en représentation décimale, les valeurs minimales et maximales que peuvent prendre des nombres signés et non signés codés sur 4, 8, 16, 32 et n bits. (pour 32 et *n* bits, vous pouvez utiliser une notation à base de puissance de deux).

Bits	Non signé		Signé	
	Min	**Max**	**Min**	**Max**
4	0	15	-8	7
8	0	255	-128	127
16	0	65535	-32768	32767
32	0	$2^{32} - 1$	-2^{31}	$2^{31} - 1$
n	0	$2^{n} - 1$	-2^{n-1}	$2^{n-1} - 1$

Exercice 2

Encodez les entiers négatifs suivants sur 8 bits signés : -1, -35, -60, -127, -128.

Méthode pour encoder un entier négatif sur *n* bits signés :

- Convertir sa valeur absolue en un mot binaire sur *n* bits.
- Appliquer le complément à deux à ce mot binaire.

$1_{10} = 0000\ 0001_2 \rightarrow -1_{10} = 1111\ 1111_2$

$35_{10} = 0010\ 0011_2 \rightarrow -35_{10} = 1101\ 1101_2$

$60_{10} = 0011\ 1100_2 \rightarrow -60_{10} = 1100\ 0100_2$

$127_{10} = 0111\ 1111_2 \rightarrow -127_{10} = 1000\ 0001_2$

$128_{10} = 1000\ 0000_2 \rightarrow -128_{10} = 1000\ 0000_2$

Complément à deux

Exercice 3

Pour tout l'exercice, on utilisera l'encodage du complément à deux (utilisé pour les entiers signés).

1. Soit les mots sur 8 bits suivants (dans leur forme hexadécimale) : FF, 27, 7E, 9A, B7, 6D, 81. Représentent-ils des entiers positifs ou négatifs ?

Mot	Signe	Forme binaire	MSB
FF	Négatif	**1**111 1111	1
27	Positif	**0**010 0111	0
7E	Positif	**0**111 1110	0
9A	Négatif	**1**001 1010	1
B7	Négatif	**1**011 0111	1
6D	Positif	**0**110 1101	0
81	Négatif	**1**000 0001	1

2. Donnez, en hexadécimale, la plage de valeurs des mots servant à coder les entiers positifs sur 8 bits.

   $\mathbf{00}_{16} \leq$ entiers positifs $\leq \mathbf{7F}_{16}$ (MSB = 0)

3. Donnez, en hexadécimale, la plage de valeurs des mots servant à coder les entiers négatifs sur 8 bits.

   $\mathbf{80}_{16} \leq$ entiers négatifs $\leq \mathbf{FF}_{16}$ (MSB = 1)

4. Complétez le tableau suivant pour les additions (écrivez *Oui* ou *Non* pour le dépassement signé).

1er opérande	+	2e opérande	=	Résultat	Dépassement signé
Positif	+	Positif	=	Positif	Non
Positif	**+**	**Positif**	**=**	**Négatif**	**Oui**
Positif	+	Négatif	=	Positif	Non
Positif	+	Négatif	=	Négatif	Non
Négatif	**+**	**Négatif**	**=**	**Positif**	**Oui**
Négatif	+	Négatif	=	Négatif	Non

   D'après le tableau ci-dessus, un dépassement signé se produit quand les signes des deux opérandes sont identiques et que le signe du résultat est différent.
   - Les deux opérandes sont positifs (MSB = 0) et le résultat est négatif (MSB = 1).
   - Les deux opérandes sont négatifs (MSB = 1) et le résultat est positif (MSB = 0).

5. Complétez le tableau suivant pour les soustractions (écrivez *Oui* ou *Non* pour le dépassement signé).

1er opérande	-	2e opérande	=	Résultat	Dépassement signé
Positif	-	Positif	=	Positif	Non
Positif	-	Positif	=	Négatif	Non
Positif	-	Négatif	=	Positif	Non
Positif	**-**	**Négatif**	**=**	**Négatif**	**Oui**
Négatif	**-**	**Positif**	**=**	**Positif**	**Oui**
Négatif	-	Positif	=	Négatif	Non
Négatif	-	Négatif	=	Positif	Non
Négatif	-	Négatif	=	Négatif	Non

D'après le tableau ci-dessus, un dépassement signé se produit quand les signes des deux opérandes sont différents et que le signe du résultat est celui du 2e opérande.

Exercice 4

Effectuez les opérations suivantes en binaire (les deux opérandes et le résultat sont codés sur 8 bits). Convertissez le résultat en une valeur décimale non signée et signée. Si un dépassement apparaît, écrire « ERREUR » à la place de la valeur décimale.

Opération	Résultat binaire	Valeur décimale	
		Non signée	Signée
`11101101 + 11111010`	`(1) 1110 0111`	**ERREUR**	**-25**
`11101000 - 11001010`	`0001 1110`	**30**	**30**
`01011100 - 10011010`	`1100 0010`	**ERREUR**	**ERREUR**
`01111110 + 00001001`	`1000 0111`	**135**	**ERREUR**
`11011011 - 00011010`	`1100 0001`	**193**	**-63**
`10000000 + 11110110`	`(1) 0111 0110`	**ERREUR**	**ERREUR**
`10010011 - 00001010`	`1000 1001`	**137**	**-119**

Méthode pour les entiers non signés :

- Addition : si le résultat attendu est sur 9 bits → dépassement.
- Soustraction : si l'opérande de gauche est plus petit que celui de droite → dépassement.

Méthode pour les entiers signés (voir exercise 3) :

Si le signe du résultat sur 8 bits est faux → dépassement (comparer uniquement les signes).

Par exemple :

- Positif + Positif = Positif uniquement → Si le résultat est négatif → dépassement
- Positif – Positif = Positif ou Négatif → Peu importe le résultat → pas de dépassement
- Etc.